Laboratorní úloha

Fraunhoferův ohyb světla na štěrbině a mřížce

1.1 Úkol měření

1. Pro dvě šířky štěrbiny a dvě vlnové délky ověřte platnost vzorce pro Fraunhoferův ohyb na štěrbině.

2. Určete mřížkovou konstantu ohybové optické mřížky, měření proveďte pro dvě vlnové délky.

3. S využitím optické mřížky, zjistěte vlnovou délku světla laserového ukazovátka.

1.2 Teoretický úvod

1.2.1 Ohyb světla

O ohybu (difrakci) světla (či obecně vlny) hovoříme v případě, kdy se světlo (vlna) nešíří přímočaře, ale za překážkami zahýbá do oblasti geometrického stínu, aniž by přitom docházelo k jeho lomu či odrazu. Ohyb světla je projevem jeho vlnové povahy a v praxi hraje velmi důležitou úlohu, neboť například ovlivňuje vlastnosti optických přístrojů.

Vyšetřování ohybu světla je vlastně výpočet pole, které vzniká při průchodu elektromagnetických vln v okolí překážek. Jde tedy o úlohu řešení Maxwellových rovnic za daných okrajových podmínek. Obecně se jedná o dosti komplikovanou úlohu, kterou však lze často řešit v různých stupních aproximace za zjednodušujících podmínek, které přesto poskytují uspokojivé výsledky.

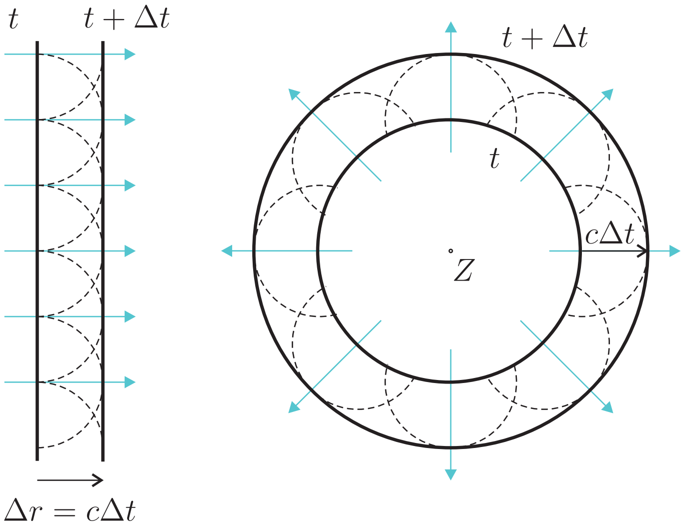
Zde se omezíme na skalární teorii, která nebere v potaz vektorový charakter elektromagnetického pole[1]. Dále budeme předpokládat, že apertury (stínítko se štěrbinami a pozorovací stínítko) jsou velmi tenké a pole v jejich rovině je stejné jako pole (vlna) dopadající. Budeme tedy předpokládat, že těsně za stínítkem se štěrbinami je v místě štěrbin pole dopadající vlny a mimo štěrbiny je pole nulové.

Úlohu vyšetřování ohybu světla zde budeme řešit pomocí Huygensova-Fresnelova principu.

1.2.2 Huygensův-Fresnelův princip

Představu o světle jako o vlnách použil již koncem 17. století Christian Huygens, aby objasnil mechanismus jeho šíření.

[1]Skalární teorii lze používat v případech, kdy se v daném místě prostoru skládají příspěvky vln, které jsou téměř rovnoběžné.



Obrázek 1.1: K Huygensovu principu: vlevo – rovinná vlna, vpravo – kulová vlna.

Podle tzv. *Huygensova principu* se vlnění šíří tak, že všechny body vlnoplochy v každý časový okamžik t mohou být považovány za bodové zdroje elementárních vln. Elementární vlny se šíří směrem od těchto bodů a výsledná vlnoplocha v některém z dalších časů $t+\Delta t$ je dána obálkou (obalovou plochou) těchto elementárních vlnoploch.

V homogenním a izotropním prostředí je elementární vlna kulová a pro poloměr elementární vlnoplochy platí $\Delta r = c\Delta t$, kde c je rychlost šíření vlny.

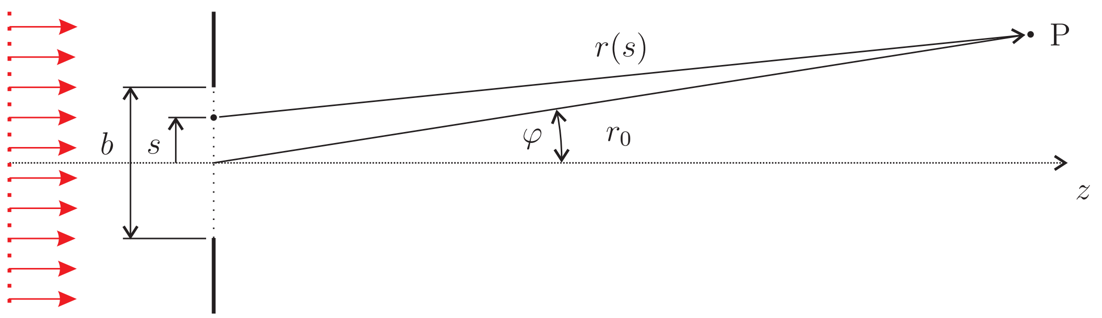
Na počátku 19. století doplnil Huygensův princip Augustin-Jean Fresnel, podle nějž sekundární vlny interferují, tedy skládají se s příslušným fázovým rozdílem (*Huygensův-Fresnelův princip*).

1.2.3 Ohyb světla na štěrbině

Předpokládejme, viz obrázek 1.2, že na stínítko se štěrbinou šířky b dopadá kolmo rovinná harmonická elektromagnetická vlna o kmitočtu ω. Díky kolmému dopadu má vlna v rovině štěrbiny konstantní fázi, kterou bez újmy na obecnosti položíme rovnou nule. Hledáme výslednou amplitudu (intenzitu) světla v obecném bodě P, jako výsledek skládání Huygensových elementárních vln podle Huygensova-Fresnelova principu. Pro příspěvek pole[2] z elementu plochy dS tedy platí

$$\mathrm{d}\tilde{E}_\mathrm{P} = \frac{E_\mathrm{D}\mathrm{d}S}{r}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(kr-\omega t)}, \tag{1.1}$$

kde E_D je úměrné amplitudě vlny osvětlující štěrbinu ($E_\mathrm{D}\mathrm{d}S$ je amplituda elementární vlny vysílané elementem dS v jednotkové vzdálenosti), r je vzdálenost elementu dS a (pevného) bodu P a $k = \omega/c$ je vlnové číslo, kde c je rychlost světla.



Obrázek 1.2: K ohybu světla na štěrbině.

Vzdálenost r závisí na poloze bodu P a elementu dS. Dále si výpočet zjednodušíme tak, že elementem plochy dS budeme chápat elementární proužek[3] šířky ds podél celé štěrbiny. Označíme-li r_0 vzdálenost bodu P od středu štěrbiny, můžeme, viz obrázek 1.2, psát

$$r = r(s) = r_0 + \Delta(s),$$

[2]Abychom si zjednodušili výpočty, budeme harmonicky časově proměnné veličiny reprezentovat pomocí komplexních fázorů označovaných vlnovkou: $A_0\cos(\omega t-\varphi) = \Re[A_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\varphi-\omega t)}] = \Re[A_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}] = \Re[\tilde{A}_0\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}]$.

[3]Tímto se vyhneme výpočtu plošného integrálu.

kde s je orientovaná vzdálenost elementu $\mathrm{d}S$ (proužku) od středu štěrbiny. Výsledné pole v bodě P dostaneme integrací (součtem všech elementárních příspěvků) přes celou štěrbinu. Označíme-li E_L amplitudu v jednotkové vzdálenosti emitovanou jednotkovou šířkou štěrbiny, můžeme psát

$$\tilde{E}_\mathrm{P} = \int_{-b/2}^{b/2} \frac{E_\mathrm{L}}{r_0 + \Delta(s)} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\{k[r_0+\Delta(s)]-\omega t\}} \mathrm{d}s. \tag{1.2}$$

Abychom mohli integrál (1.2) analyticky spočítat, je třeba provést následující úpravy. Ve jmenovateli integrálu nahradíme $r_0+\Delta(s) \approx r_0$, čímž se nedopustíme velké chyby, pokud $|\Delta(s)| \ll r_0$. Toto zjednodušení nelze provést v argumentu exponenciály, neboť zde je dráhový rozdíl Δ vynásoben vlnovým číslem ($k = 2\pi/\lambda$, kde λ je vlnová délka) a tedy dráhový rozdíl $\Delta = \lambda/2$ odpovídá fázovému rozdílu π. Budeme tedy počítat trochu přesněji. Z obrázku 1.2 snadno nahlédneme, že platí

$$r^2 = r_0^2 - 2r_0 s \sin\varphi + s^2 \approx r_0^2 - 2r_0 s \sin\varphi \quad \Rightarrow \quad r = r_0\sqrt{1 - \frac{2s\sin\varphi}{r_0}}.$$

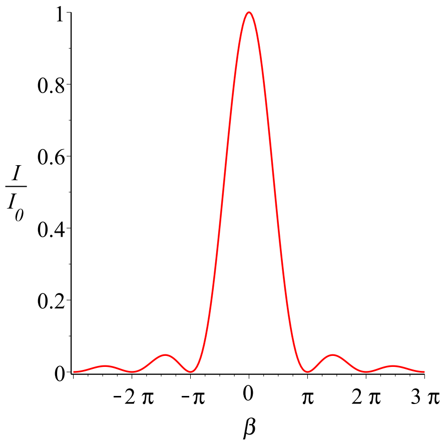
Jelikož podle výše použitých předpokladů platí $|s| \ll r_0$, je druhý člen pod odmocninou v absolutní hodnotě výrazně menší než jedna a celou odmocninu tak můžeme aproximovat prvními dvěma členy Taylorova rozvoje ($\sqrt{1-x} \approx 1 - x/2$, pokud $|x| \ll 1$), takže dostaneme

$$r \approx r_0 - s\sin\varphi \quad \Rightarrow \Delta(s) \approx -s\sin\varphi. \tag{1.3}$$

Dosazením obou zjednodušení do integrálu (1.2) tak dostaneme

$$\tilde{E}_\mathrm{P} = \frac{E_\mathrm{L}}{r_0}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(kr_0-\omega t)} \int_{-b/2}^{b/2} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}ks\sin\varphi}\mathrm{d}s = \frac{bE_\mathrm{L}}{r_0}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(kr_0-\omega t)} \frac{\sin\left(k\frac{b}{2}\sin\varphi\right)}{k\frac{b}{2}\sin\varphi}, \tag{1.4}$$

kde bylo využito známé identity $\sin\alpha = (\mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha} - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\alpha})/2\mathrm{j}$.



Obrázek 1.3: Intenzita světla za štěrbinou.

Protože je pro nás zpravidla namísto amplitudy intenzity elektrického pole zajímavější intenzita záření (světla), která je úměrná druhé mocnině velikosti intenzity elektrického pole, $I \propto |\tilde{E}|^2$, můžeme pro intenzitu světla pod úhlem φ za štěrbinou ve vzdálenosti r_0 psát

$$I = I_0 \left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2, \quad \text{kde} \quad \beta = k\frac{b}{2}\sin\varphi, \tag{1.5}$$

kde I_0 je intenzita světla vyzařovaného pod úhlem $\varphi = 0$ ve vzdálenosti r_0. Graf funkce (1.5) je zachycen na obrázku 1.3. Z průběhu funkce je patrné, že pokud platí

$$\beta = k\frac{b}{2}\sin\varphi_m = m\pi, \quad \text{kde} \quad m = \pm1, \pm2, \ldots, \tag{1.6}$$

je intenzita světla v daném směru φ_m nulová, pokud bychom za štěrbinu umístili stínítko, pozorovali bychom v daných směrech tmavé proužky (interferenční minima). Podmínku pro minima (1.6) můžeme použitím vztahu $k = 2\pi/\lambda$ přepsat do tvaru.

$$b\sin\varphi_m = m\lambda, \qquad m = \pm1, \pm2, \ldots \tag{1.7}$$

Pro $m = 0$ je ve funkci (1.5) nulový čitatel i jmenovatel a platí známý vztah[4]

$$\lim_{\beta\to0}\frac{\sin\beta}{\beta} = 1,$$

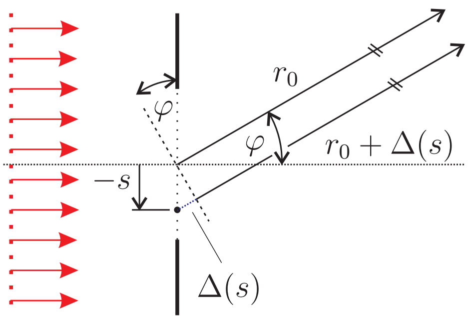
[4] O tom se snadno přesvědčíme l'Hospitalovým pravidlem.

v tomto případě se jedná o hlavní (centrální) interferenční maximum. Polohy ostatních maxim najdeme standardním způsobem, který vede na transcendentní rovnici

$$\tan\beta = \beta,$$

kterou můžeme řešit numericky na počítači[5], dostaneme tak $\beta_{\max} = 0, \pm 1{,}43\pi, \pm 2{,}46\pi, \pm 3{,}47\pi, \ldots,$ takže podmínku pro maxima můžeme přepsat do tvaru

$$b \sin\varphi_\mu = \mu\lambda, \qquad \mu = 0, \pm 1{,}43, \pm 2{,}46, \pm 3{,}47, \pm 4{,}48, \ldots \tag{1.8}$$



Obrázek 1.4: Fraunhoferova aproximace.

Platnost vzorce (1.5) a z něj vyvozených závěrů je podmíněna platností předpokladu (1.3) o dráhovém rozdílu pro jednotlivé příspěvky. Této aproximaci říkáme Fraunhoferova a volně mluvíme o tzv. Fraunhoferově ohybu světla. Vztah (1.3) platí přesně tehdy, když se bod P, ve kterém pole vyšetřujeme, nachází v nekonečné vzdálenosti od štěrbiny a interferující vlny, které do bodu P přicházejí, můžeme považovat za rovnoběžné, viz obrázek 1.4. V praxi se tohoto dá dosáhnout tak, že těsně za štěrbinu se umístí spojná čočka[6] a ohybový obrazec se pozoruje v její ohniskové rovině. Pokud není štěrbina spojnou čočkou vybavena, je potřeba, aby byly výše zmíněné předpoklady splněny, ohybový obrazec pozorovat v *dostatečné vzdálenosti*, jejíž minimální velikost lze odhadnout následující úvahou.

Úhlovou šířku (rozbíhavost) svazku $\Delta\varphi$ světla za štěrbinou lze definovat pomocí prvních minim obklopujících centrální maximum ($m = \pm 1$) jako

$$\Delta\varphi = 2 \arcsin\left(\frac{\lambda}{b}\right) \approx \frac{2\lambda}{b},$$

jelikož zpravidla $\lambda/b \ll 1$. Odtud je jednoduše vidět, že svazek světla za štěrbinou je tím rozbíhavější, čím je štěrbina užší. Ve vzdálenosti L za štěrbinou by tedy podle předchozího vztahu měl mít svazek šířku

$$w \approx L\Delta\varphi = \frac{2\lambda L}{b}.$$

Protože je rozumné předpokládat, že svazek za štěrbinou by měl být širší než šířka štěrbiny, tedy $w > b$, dostaneme dosazením do předchozího vztahu $L > b^2/2\lambda$. Odtud tedy dostaneme odhad použitelnosti Fraunhoferovy aproximace

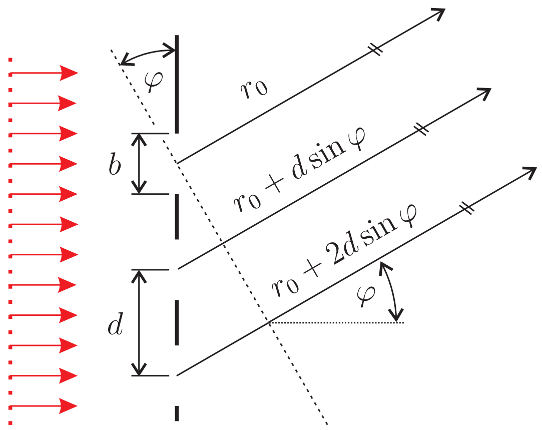
$$L \gg \frac{b^2}{\lambda}. \tag{1.9}$$

1.2.4 Ohyb světla na optické mřížce

Optickou mřížkou nazyýváme soustavu N rovnoběžných štěrbin. Nechť šířka každé ze štěrbin je b a nechť jejich středové vzdálenosti jsou d, viz obrázek 1.5. Vzájemnou vzdálenost štěrbin d označujeme jako mřížkovou konstantu. Pole za optickou mřížkou vyšetříme opět ve Fraunhoferově aproximaci.

[5]Například pomocí programu Maple, který mají studenti ČVUT k dispozici v rámci multilicence.

[6]Z geometrické optiky víme, že rovnoběžné paprsky vstupující do dokonalé spojné čočky jsou fokusovány do jednoho bodu ležícího v ohniskové rovině čočky.



Obrázek 1.5: Oprická mřížka.

Vztah pro dráhové rozdíly příspěvků z n-té štěrbiny dostaneme úpravou vztahu (1.3) do tvaru

$$\Delta_n(s) \approx -s\sin\varphi + nd\sin\varphi.$$

Výsledné pole vypočteme úpravou integrálu (1.2):

$$\tilde{E}_\mathrm{P} = \sum_{n=0}^{N-1} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{E_\mathrm{L}}{r_0} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\{k[r_0+\Delta_n(s)]-\omega t\}} \mathrm{d}s = $$
$$= \underbrace{\frac{E_\mathrm{L}}{r_0}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(kr_0-\omega t)} \int_{-b/2}^{b/2} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}ks\sin\varphi}\mathrm{d}s}_{\text{vztah (1.4)}} \sum_{n=0}^{N-1} \mathrm{e}^{\mathrm{j}knd\sin\varphi}. \quad (1.10)$$

První část předchozího výrazu byla vypočtena výše, druhou upravíme pomocí vzorce pro součet geometrické řady[7], pro jednoduchost zavedeme

$$\alpha = k\frac{d}{2}\sin\varphi, \quad (1.11)$$

takže

$$\sum_{n=0}^{N-1} \mathrm{e}^{\mathrm{j}knd\sin\varphi} = \sum_{n=0}^{N-1} \left(\mathrm{e}^{2\mathrm{j}\alpha}\right)^n = \frac{1-\mathrm{e}^{2\mathrm{j}N\alpha}}{1-\mathrm{e}^{2\mathrm{j}\alpha}} = \frac{1-\mathrm{e}^{2\mathrm{j}N\alpha}}{1-\mathrm{e}^{2\mathrm{j}\alpha}} \cdot \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}N\alpha}}{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}N\alpha}} \cdot \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\alpha}}{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\alpha}} =$$
$$= \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}N\alpha}-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}N\alpha}}{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha}-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\alpha}} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}(N-1)\alpha} = \mathrm{e}^{\mathrm{j}(N-1)\alpha}\frac{\sin N\alpha}{\sin\alpha}. \quad (1.12)$$

Dosazením do vztahu (1.10) a použitím $I \propto |\tilde{E}_\mathrm{p}|^2$ pro intenzitu světla můžeme psát

$$I = I_0 \left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2 \left[\frac{\sin N\alpha}{\sin\alpha}\right]^2, \quad \text{kde} \quad \beta = k\frac{b}{2}\sin\varphi, \quad \alpha = k\frac{d}{2}\sin\varphi. \quad (1.13)$$

Příklad intenzity světla za optickou mřížkou je zachycen na obrázku 1.6. Člen v kulaté závorce ve vztahu (1.13) reprezentuje ohyb světla na jedné štěrbině [viz vztah (1.5)] a je funkcí šířky štěrbiny b. Vztah v hranaté závorce reprezentuje tzv. mnohosvazkovou interferenci a je funkcí počtu štěrbin N a mřížkové konstanty d. Na stínítku za mřížkou jsou pozorovatelná hlavní maxima, která nastávají, pokud platí[8]

$$\sin\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha = m\pi, \quad \text{kde} \quad m = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots \quad (1.14)$$

Odtud dostaneme[9]

$$k\frac{d}{2}\sin\varphi_m = m\pi \qquad \Rightarrow \qquad d\sin\varphi_m = m\lambda, \quad \text{kde} \quad m = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots \quad (1.15)$$

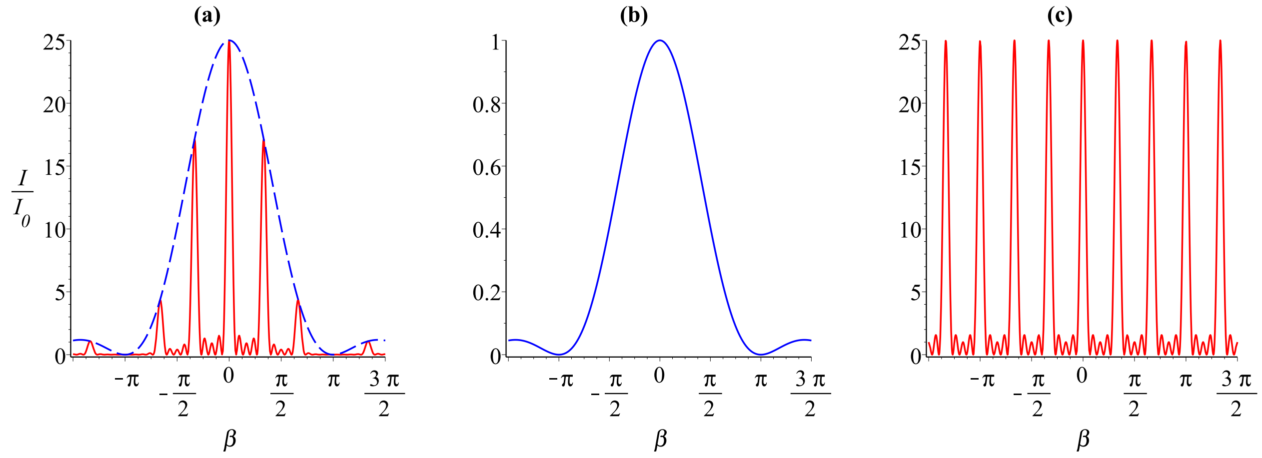
Snadno se přesvědčíme, že

$$\lim_{\alpha=m\pi} \left(\frac{\sin N\alpha}{\sin\alpha}\right)^2 = N^2,$$

[7]Pro připomenutí: $\sum_{n=0}^{N-1} q^n = (1-q^N)/(1-q)$.

[8]Toto zjistíme vyšetřením průběhu funkce v hranaté závorce. I když by se vlastně měl vyšetřovat průběh *celé* funkce (1.13), funkce v kulaté závorce se zpravidla mění *relativně pomalu* a lze ji v okolí velmi úzkých maxim funkce v hranaté závorce (pro velká N) považovat za víceméně konstantní.

[9]Vzorec pro hlavní maxima za optickou mřížkou má formálně shodný tvar jako vzorec pro minima za jednou štěrbinou (pro $m = 0$ u štěrbiny nastává maximum).



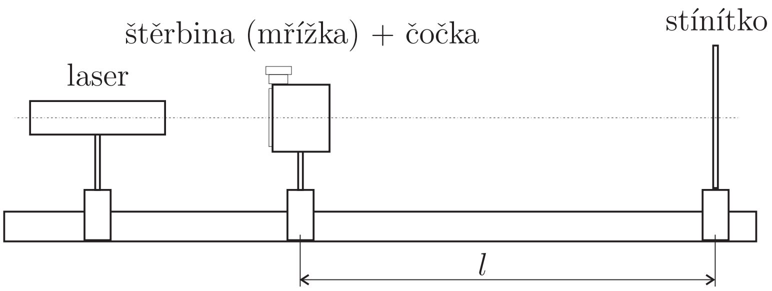
Obrázek 1.6: Intenzita světla za mřížkou (a) je dána součinem funkce $(\sin\beta/\beta)^2$ odpovídající intenzitě za jednou štěrbinou [obrázek (b)] a funkce $(\sin N\alpha/\sin\alpha)^2$, která závisí na počtu štěrbin N a mřížkové konstantě d [obrázek (c)]. Zde $N = 5$, $\alpha = 3\beta$ $(d = 3b)$.

intenzita hlavních maxim je tedy úměrná druhé mocnině počtu štěrbin. Čím je štěrbin více, tím jsou hlavní maxima užší. Mezi každými dvěma hlavními maximy se nachází $N - 2$ slabých maxim vedlejších, která jsou pro velká N nepozorovatelná. Mezi každými dvěma hlavními maximy se nachází $N - 1$ minim, která jsou dána nulami funkce v hranaté závorce výrazu (1.13).

1.3 Pokyny pro měření

1.3.1 Experimentální sestava

Experimentální sestava je zachycena na obrázku 1.7.



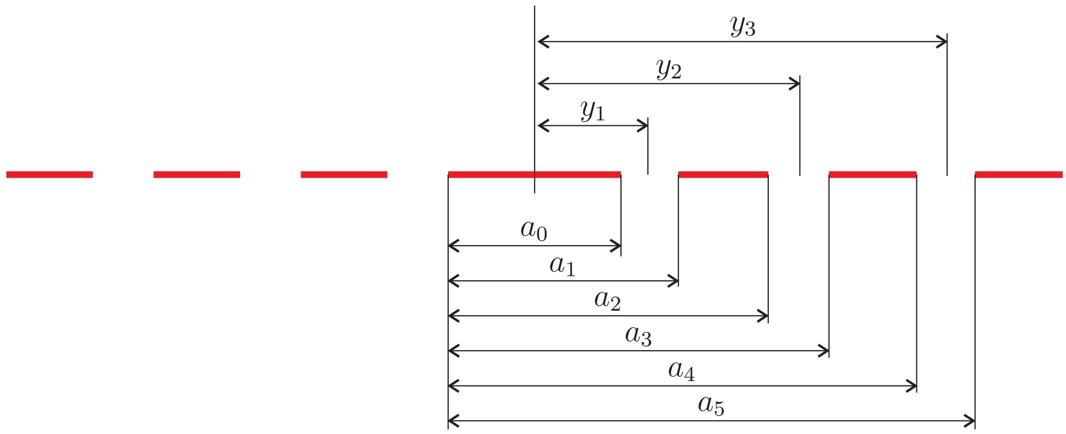
Obrázek 1.7: Uspořádání experimentu; vzdálenost l je daná ohniskovou vzdáleností čočky.

Jako zdroje „rovinné“ monochromatické vlny pro ohybové experimenty zde slouží tři lasery:

- červený helium-neonový laser o vlnové délce $\lambda = 632{,}8\,\mathrm{nm}$,
- zelený LED laser o vlnové délce $\lambda = 532\,\mathrm{nm}$ a
- modré LED laserové ukazovátko, jehož vlnovou délku máte určit.

Červený laser je napevno umístěn na optické lavici (nepokoušejte se jej odstranit), zelený a modrý laser vkládejte na optickou lavici před laser červený, který předtím vypněte pomocí klíčku. K bezpečnosti práce s laserem blíže viz odstavec 1.3.3. Jelikož lidský zrak je na zelené světlo velmi citlivý, můžete si ohybový obrazec zeleného (modrého) laseru ztmavit vložením přídavného optického filtru mezi laser a štěrbinu (mřížku).

Štěrbina (se šířkou nastavitelnou pomocí mikrometrického šroubu) a mřížka jsou umístěny na přípravku se spojnou čočkou. Přípravky umisťujte na optickou lavici (do vzdálenosti l od stínítka) tak, aby pozorovací stínítko bylo v ohniskové rovině čočky (ohybový obrazec na stínítku je „ostrý“).



Obrázek 1.8: Odečítání poloh středů minim na stínítku.

V případě štěrbin má ohybový obrazec tvar řady světlých úseček (maxima) oddělených tmavými mezerami (minima). Vzdálenosti středů jednotlivých minim $y_1, y_2, y_3, \ldots$ odečítejte, viz obrázek 1.8, jako

$$y_1 = \frac{a_1 + a_0}{2} - \frac{a_0}{2}, \quad y_2 = \frac{a_3 + a_2}{2} - \frac{a_0}{2}, \quad y_3 = \frac{a_5 + a_4}{2} - \frac{a_0}{2}, \quad \ldots$$

Příslušné úhly (anebo rovnou jejich síny) pak můžete vypočítat jako

$$\varphi_i = \arctan\left(\frac{y_i}{l}\right), \qquad \sin\varphi_i = \frac{y_i}{\sqrt{y_i^2 + l^2}}. \tag{1.16}$$

V případě optické mřížky má ohybový obrazec (maxima) tvar řady světelných bodů. Jejich vzdálenosti od maxima centrálního $y_1, y_2, y_3, \ldots$ můžete odečítat přímo a pro výpočty příslušných úhlů (jejich sínů) využít vzorce (1.16).

1.3.2 Postup měření

1. Na optickou lavici umístěte přípravek se štěrbinou, zapněte červený laser a nastavte polohu přípravku tak, aby byl ohybový obrazec na stínítku ostrý, odečtěte vzdálenost l.

2. Pro dvě různé šířky štěrbiny (nejprve širší a pak užší) proměřte na stínítku (které je opatřeno mikroposuvem) ohybový obrazec (vzdálenosti několika minim) a pomocí vztahů (1.16) a (1.7) vypočtěte šířku štěrbiny, kterou porovnejte s hodnotou nastavenou.

3. Vypněte červený laser, na optickou lavici umístěte laser zelený a zapněte jej. Proveďte měření podle bodu 2 pro (užší) šířku štěrbiny nastavenou v bodu 2.

4. Přípravek se štěrbinou nahraďte přípravkem s optickou mřížkou, nastavte její vzdálenost l od stínítka tak, aby byl ohybový obrazec ostrý.

5. Změřte polohy několika maxim a pomocí vzorců (1.16) a (1.15) vypočtěte mřížkovou konstantu optické mřížky.

6. Odstraňte zelený laser a krok 5 zopakujte s laserem červeným.

7. Vypněte červený laser a na optickou lavici umístěte přípravek s laserovým ukazovátkem. Proměřte ohybový obrazec a pomocí mřížkové konstanty vypočtené v kroku 5 a 6 určete vlnovou délku laserového ukazovátka.

8. Vypněte laser.

1.3.3 Bezpečnost práce při měření

Laserový paprsek obecně může neopatrnému experimentátorovi poškodit zrak. Červený (helium-neonový) a zelený (LED) laser použitý v tomto experimentu spadá do tzv. třídy 2, což znamená, že přímý pohled do paprsku je možný, před poškozením oka chrání mrkací reflex. Předpokládá se ovšem, že mezi zasažením paprskem a mrknutím (případně odkloněním hlavy) neuběhne doba delší, než 0,25 s. Laserové ukazovátko (modrý LED laser) spadá do třídy 3a, nicméně, je umístěno v přípravku s optickým filtrem snižujícím jeho intenzitu, takže pro něj platí totéž co pro oba výše zmíněné lasery. Z tohoto důvodu optický filtr nikdy neodstraňujte!

Při měření se i tak držte následujících pokynů. Nedívejte se do laserového paprsku. Modrý a zelený laser mějte při manipulaci na optické lavici vypnutý. Při práci byste neměli mít nekryté hodinky či jiné šperky, které by se mohly dostat do dráhy laserového paprsku a způsobit jeho odraz. Po skončení měření vždy laser vypněte.

1.4 Použitá literatura

1. Petr Malý, *Optika*, Karolinum, Praha, 2008.

2. Michal Bednařík, Petr Koníček, Ondřej Jiříček, *Fyzika I a II – Fyzikální praktikum*, [skriptum], Vydavatelství ČVUT, Praha, 2003.

3. Josef Jelen, *Fyzika II*, [skriptum], Vydavatelství ČVUT, Praha, 2007.

4. Joseph Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, MCGraw-Hill, New York, 1996.

17. září 2014, Milan Červenka, *milan.cervenka@fel.cvut.cz*