Laboratorní úloha

Stanovení součinitele tepelné vodivosti kovů

1.1 Úkol měření

1. Stanovte hodnoty součinitele tepelné vodivosti mědi a slitiny hliníku, naměřené hodnoty porovnejte s tabulkovými.
2. Vypracujte graf závislosti teplotního spádu na čase.

1.2 Teoretický úvod

1.2.1 Energie, práce, teplo

I když každý intuitivně chápe význam slova energie, tak formulovat přesnou definici je obtížné. Energii můžeme chápat jako schopnost způsobovat změny.

Energie existuje v mnoha různých formách, jako je například energie mechanická, elektrická, chemická, jaderná, nebo tepelná. Celková energie E termodynamické soustavy[1] (TS) je součtem všech jejích forem. Termodynamika nám neposkytuje žádnou informaci o absolutní hodnotě celkové energie TS, zabývá se jejími změnami, což plně postačuje k řešení praktických problémů.

Formy příspěvků k celkové energii TS můžeme rozdělit do dvou skupin: makroskopické a mikroskopické. Makroskopické formy jsou ty, které má soustava jako celek v rámci dané vnější vztažné soustavy, jedná se nejčastěji o energii kinetickou E_k a potenciální E_p.

Mikroskopické formy energie jsou spojeny s vnitřní atomární aktivitou a strukturou TS, jsou nezávislé na vnější vztažné soustavě a jejich součet nazýváme vnitřní energií U. Pro celkovou energii TS tedy můžeme psát

$$E = E_\mathrm{k} + E_\mathrm{p} + U.$$

Zde se omezíme pouze na stacionární TS, u kterých během zkoumaného procesu nedochází (vzhledem k dané vztažné soustavě) ke změně rychlosti a polohy těžiště a proto zde platí

$$\Delta E = \Delta U.$$

I vnitřní energie má složku kinetickou a potenciální. Například u plynů je kinetická složka vnitřní energie dána translačním pohybem molekul, u molekul víceatomových pak i jejich rotací

[1] TS je definována jako jisté množství hmoty či část prostoru, jež je předmětem zkoumání, která je od okolí oddělena nějakou myšlenou či skutečnou hranicí.

a vibracemi. Střední kinetická energie molekul je úměrná teplotě, s rostoucí teplotou tedy vnitřní energie TS roste. Vnitřní potenciální energie souvisí se silovými vazbami, ať už mezi jednotlivými molekulami (latentní energie), atomy v rámci molekul (chemická energie), či dokonce protony a neutrony v atomových jádrech (jaderná energie).

Existují pouze dva mechanismy přenosu energie do a z uzavřené[2] TS: práce a teplo.

Teplo Q je energie přenesená[3] mezi dvěma TS (nebo TS a jejím okolím) díky rozdílu teplot obou TS (TS a jejího okolí), přičemž k přenosu energie dochází směrem z místa s vyšší teplotou do místa s nižší teplotou. Práce W je přenos energie spojený s dráhovým účinkem síly. Jestliže energie přenášená přes hranici uzavřené TS není teplo (tj. zapříčiněná teplotním rozdílem), jedná se o práci.

Práce a teplo mají mnoho společných vlastností: působí přes hranici TS, jsou orientované (energie je přenášena do/z TS), jedná se o děje (TS má energii, ale nemá práci nebo teplo), jedná se o dráhové veličiny (záleží na tom jakým způsobem probíhají, nestačí znát pouze počáteční a koncový stav děje).

Příkladem práce může být práce elektrická

$$W_{\mathrm{e}} = \int_{t_1}^{t_2} P(t)\mathrm{d}t, \tag{1.1}$$

kde $P(t) = U(t)I(t)$ je elektrický výkon, U, I jsou (časově závislé) napětí a proud, nebo objemová práce mechanická

$$W_{\mathrm{mo}} = \int_{V_1}^{V_2} p(V)\mathrm{d}V, \tag{1.2}$$

kde $p(V)$ je (obecně na objemu V závislý) tlak.

K přenosu tepla může docházet třemi různými způsoby: vedením (kondukcí), prouděním (konvekcí) a zářením (radiací).

Vedení je přenos energie od energetičtějších částic hmoty k částicím méně energetickým prostřednictvím jejich vzájemných interakcí.

Může probíhat v pevných látkách, kapalinách i plynech. V tekutinách[4] se jedná o vzájemné srážky molekul během jejich náhodného (tepelného) pohybu, v látkách pevných se jedná o kombinaci kmitání atomů v krystalové mříži a transport energie prostřednictvím volných elektronů.

Je pozorováno, že velikost rychlosti přenosu tepla (tj. teplo přenesené za jednotku času) přes tenkou vrstvu tloušťky Δx je úměrná teplotnímu rozdílu ΔT přes vrstvu a ploše S vrstvy a platí

$$\dot{Q}_{\mathrm{ved}} = \lambda S \left|\frac{\Delta T}{\Delta x}\right|, \tag{1.3}$$

Látka	λ [$\mathrm{Wm^{-1}K^{-1}}$]
Ag (98,98%)	418
Fe (99,92%)	73
Cu (elektrolytická)	395
Al (99,75%)	229
Pb	34,7
Pt	70,3
Mosaz	106
Bakelit	0,23
Plexisklo	0,2
Polystyrén	0,16
voda	0,63
vzduch	0,03

Tabulka 1.1: Součinitele tepelné vodivosti pro vybrané látky.

kde konstanta úměrnosti λ je tzv. součinitel tepelné vodivosti a je mírou schopnosti vést teplo; materiály, které jsou dobrými vodiči elektrického proudu, jako jsou měď či zlato, jsou rovněž dobrými

[2]O uzavřené TS hovoříme tehdy, pokud mezi ní a jejím okolím nedochází (přes hranici) k přenosu hmoty.

[3]S ohledem na tuto definici pojmu teplo je zřejmé, že například pojem „přenos tepla“ (= přenos přenosu energie) nedává smysl, přestože jej můžeme zaslechnout i z úst fyzika. De fakto, v tomto případě mluvíme o „přenosu tepelné energie“, nicméně, první výraz (a jemu podobné) jsou natolik vžité (a kratší), že jsou běžně používány i v termodynamice.

[4]Tedy v kapalinách a plynech.

vodiči tepla (u kovů je důležitá elektronová složka tepelné vodivosti), materiály jako guma či dřevo jsou špatnými vodiči tepla (zde dochází k vedení tepla převážně prostřednictvím kmitů atomů v mříži). Limitním přechodem $\Delta x \to 0$, můžeme vzorec (1.3) přepsat do tvaru

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{S} = \lambda \left| \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} \right|, \tag{1.4}$$

kde $\dot{q}$ je tzv. velikost hustoty tepelného toku, případně zobecnit do trojrozměrné podoby

$$\dot{\boldsymbol{q}} = -\lambda \boldsymbol{\nabla} T, \tag{1.5}$$

kde $\dot{\boldsymbol{q}}$ je tzv. vektor hustoty tepelného toku, znaménko mínus postihuje skutečnost, že k přenosu tepla dochází v opačném směru gradientu teploty (od místa s vyšší teplotou k místu s teplotou nižší). Vzorec (1.5) je znám jako Fourierův zákon.

Proudění je přenos tepla mezi pevnou látkou a tekutinou obklopující pevnou látku, který v sobě zahrnuje vedení a pohyb tekutiny. Pokud by tekutina byla v klidu, jednalo by se čistě o vedení. Přítomnost tekutiny v pohybu usnadňuje přenos tepla mezi pevnou látkou a tekutinou a značně komplikuje jeho výpočet. K uvedení tekutiny do pohybu může docházet samovolně (např. v tíhovém poli začne ohřátá tekutina v důsledku nižší hustoty působením vztlakové síly stoupat a na její místo se dostává tekutina chladnější), nebo nuceně (např. pomocí ventilátoru). Rychlost přenosu tepla prouděním se určuje pomocí tzv. Newtonova zákona[5]

$$\dot{Q}_{\mathrm{kon}} = -hS(T_{\mathrm{s}} - T_{\mathrm{o}}), \tag{1.6}$$

kde h je koeficient úměrnosti závislý na geometrii povrchu tělesa, materiálových vlastnostech tekutiny, rychlosti a charakteru jejího proudění; určuje se zpravidla experimentálně. Dále, S je povrch tělesa, T_{s} je jeho povrchová teplota a T_{o} je teplota okolní tekutiny.

Záření je energie emitovaná hmotou ve formě elektromagnetických vln (anebo, pohledem kvantové mechaniky, ve formě fotonů) v důsledku změn konfigurací elektronů v atomárních obalech. Narozdíl od vedení a proudění, energie se zářením může přenášet i ve vakuu, hmotné prostředí musí být pro přenos energie zářením průhledné. Rychlost přenosu tepla zářením je daná Stefanovým-Boltzmannovým zákonem[6]

$$\dot{Q}_{\mathrm{rad}} = -\varepsilon\sigma S T_{\mathrm{s}}^4, \tag{1.7}$$

kde $\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}\,\mathrm{W\,m^2\,K^{-4}}$ je Stefanova-Boltzmannova konstanta, S je povrch tělesa a T_{s} je termodynamická teplota povrchu tělesa. Koeficient ε se nazývá emisivita, platí pro ni $0 \leq \varepsilon \leq 1$. Emisivita je mírou schopnosti povrchu tělesa vyzařovat energii, obecně závisí na teplotě a vlnové délce, nicméně se zpravidla vyjadřuje pomocí jedné průměrné hodnoty. Stejným způsobem jakým může těleso vyzařovat, může dopadající záření pohlcovat.

1.2.2 První zákon termodynamiky

První zákon termodynamiky je formulací zákona zachování energie, na základě pozorování říká, že energie během fyzikálního procesu nemůže být ani vytvořena ani zničena, může pouze změnit svou formu. Pro uzavřenou (nedochází k přenosu hmoty) a stacionární (nedochází ke změně rychlosti a polohy) TS můžeme První zákon termodynamiky formulovat jako

$$\Delta E = \Delta U = Q + W, \tag{1.8}$$

tedy přírůstek vnitřní energie TS je roven součtu dodaného tepla a práce vykonané na soustavě, kde teplo dodané považujeme za kladné stejně jako práci, kterou na soustavě vnější síly vykonají.

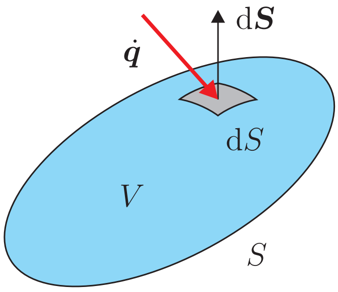
[5] Znaménko mínus před vzorcem vystihuje skutečnost, že teplo dedané do TS (v tomto případě pevné látky) obvykle chápeme jako kladné.

[6] Záporné znaménko zde opět vystihuje skutečnost, že vyzařováním se těleso energie zbavuje.

1.2.3 Rovnice vedení tepla

Výše zmíněné úvahy můžeme použít k odvození tzv. rovnice vedení tepla. Představme si myšlenou oblast o objemu V v pevné látce, do/z níž se může energie šířit pouze vedením přes povrch S. Pro časový přírůstek vnitřní energie uvnitř oblasti platí

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V \rho u \mathrm{d}V = -\int_S \dot{\boldsymbol{q}} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}, \tag{1.9}$$



Obrázek 1.1: K rovnici vedení tepla.

kde u je vnitřní energie látky v daném bodě vztažen na jednotku hmotnosti a ρ je hustota. Znaménko mínus na pravé straně postihuje fakt, že elementární vektor plochy $\mathrm{d}\boldsymbol{S}$ je orientován ven z objemu V a teplo prošlé dovnitř TS bereme jako kladné.

Aplikujeme-li na pravou stranu rovnice (1.9) Gaussovu větu a přemístíme-li derivaci na levé straně dovnitř integrálu (objem V a hustotu ρ považujeme za neměnnou), dostaneme

$$\int_V \rho\frac{\partial u}{\partial t}\mathrm{d}V = -\int_V \boldsymbol{\nabla}\cdot\dot{\boldsymbol{q}}\,\mathrm{d}V \qquad \Rightarrow \qquad \int_V \left(\rho\frac{\partial u}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla}\cdot\dot{\boldsymbol{q}}\right)\mathrm{d}V = 0.$$

Integrál na pravé straně bude pro libovolný objem V identicky roven nule tehdy, bude-li nulový jeho argument, tedy bude-li platit

$$\rho\frac{\partial u}{\partial t} = -\boldsymbol{\nabla}\cdot\dot{\boldsymbol{q}}. \tag{1.10}$$

Pro pevné látky a kapaliny, nedochází-li vlivem přenosu tepla ke změně skupenství či chemickým reakcím, platí

$$\mathrm{d}u = c\mathrm{d}T, \tag{1.11}$$

kde c je tzv. měrná tepelná kapacita, neboli energie, kterou musíme dodat jednotkové hmotnosti látky, aby se její teplota zvýšila o jeden kelvin. Dosadíme-li vztahy (1.5) a (1.11) do rovnice (1.10), dostaneme rovnici vedení tepla ve tvaru

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c}\boldsymbol{\nabla}^2 T, \tag{1.12}$$

kde jsme součinitel tepelné vodivosti λ považovali za konstantní a byl vytknut před divergenci. V ustáleném stavu, kdy se teplota v čase nemění, platí $\partial T/\partial t = 0$ a rovnice (1.12) přejde v rovnici Laplaceovu

$$\boldsymbol{\nabla}^2 T = 0. \tag{1.13}$$

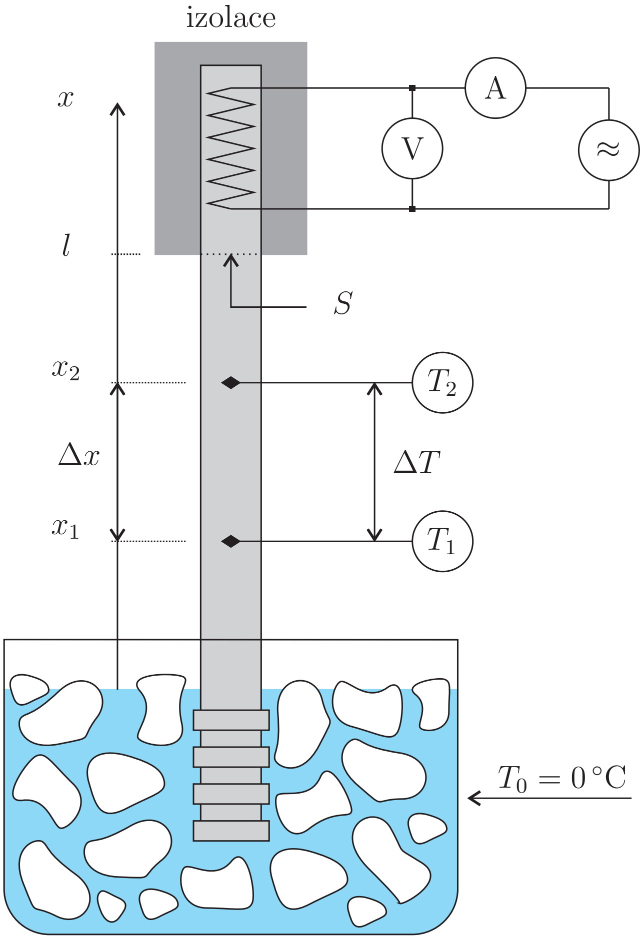
1.3 Experiment

Uspořádání experimentu pro měření součinitele tepelné vodivosti kovů je schematicky znázorněno na obrázku 1.2. Kovová tyčka průřezu S je na jedné straně ponořena do Dewarovy nádoby[7] se směsí vody a ledu a na druhé straně je opatřena topným tělesem. Ponořená část tyčky je udržována zhruba na teplotě $T_0 = 0\,^\circ\mathrm{C}$, díky práci elektrického proudu v topném tělese je do tyčky každou sekundu dodáváno teplo $\dot{Q} = U_{\mathrm{ef}}I_{\mathrm{ef}}$, kde U_{ef} je efektivní hodnota napětí a I_{ef} je efektivní hodnota proudu

[7] Dewarova nádoba je nádoba, jejíž stěny jsou duté, v dutině stěn je vzduch silně zředěn. Vnější a vnitřní povrch stěn je vyleštěn (postříbřen). Dewarova nádoba slouží jako tepelný izolátor.

procházejícího topným tělesem (předpokládáme, že konec tyčky s topným tělesem je dokonale izolován, tedy veškeré teplo prochází do tyčky).

Předpokládáme, že tyčka je natolik krátká a silná, že odvod tepla do okolního vzduchu můžeme zanedbat. Současně předpokládáme, že teplota v tyčce je funkcí pouze podélné souřadnice x (to je v souladu s předchozím předpokladem, neboť s ohledem na (1.5) je na bočních stěnách tyčky derivace teploty vzhledem k normále nulová). Za těchto předpokladů pro teplotu tyčky platí $T(x, y, z, t) = T(x, t)$.



Obrázek 1.2: Uspořádání experimentu.

Po zapnutí topného tělesa se díky dodávanému teplu začne teplota podél tyčky měnit (narůstat). To bude trvat tak dlouho, dokud nedojde k ustálenému stavu, kdy veškeré dodávané teplo bude rovno teplu odevzdávanému do nádoby se směsí vody a ledu. V ustáleném stavu bude vzhledem k výše zmíněnému a rovnici (1.13) pro teplotu platit

$$\frac{\mathrm{d}^2 T}{\mathrm{d}x^2} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad T(x) = ax + b, \tag{1.14}$$

kde a a b jsou (integrační) konstanty, teplotní spád podél tyčky bude lineární. Poblíž hladiny směsi vody ($x = 0$) a ledu bude mít tyčka přibližně nulovou teplotu, tedy bude platit $T(x = 0) = T_0$, dosazením do vztahu (1.14) tak dostaneme

$$T(x) = ax + T_0. \tag{1.15}$$

V místě $x = l$ do tyčky každou sekundu přichází plochou S teplo $\dot{Q} = U_{\mathrm{ef}} I_{\mathrm{ef}}$, takže zde vzhledem k (1.4) platí

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{S} = \frac{U_{\mathrm{ef}} I_{\mathrm{ef}}}{S} = \lambda \left(\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} \right)_{x=l}. \tag{1.16}$$

Dosazením do této okrajové podmínky ze vztahu (1.15) dostaneme

$$a = \frac{U_{\mathrm{ef}} I_{\mathrm{ef}}}{\lambda S} \qquad \Rightarrow \qquad T(x) = \frac{U_{\mathrm{ef}} I_{\mathrm{ef}}}{\lambda S} x + T_0. \tag{1.17}$$

Součinitel tepelné vodivosti daného materiálu (tyčky) lze určit tak, že do místa o souřadnici x_1 se umístí termočlánková sonda měřící teplotu T_1, do místa o souřadnici x_2 se umístí termočlánková sonda měřící teplotu T_2; dosazením do vztahu (1.17) tak dostaneme

$$T_1 = \frac{U_{\mathrm{ef}} I_{\mathrm{ef}}}{\lambda S} x_1 + T_0, \quad T_2 = \frac{U_{\mathrm{ef}} I_{\mathrm{ef}}}{\lambda S} x_2 + T_0 \quad \Rightarrow \quad T_2 - T_1 = \frac{U_{\mathrm{ef}} I_{\mathrm{ef}}}{\lambda S} (x_2 - x_1). \tag{1.18}$$

Odtud pak ihned plyne

$$\lambda = \frac{U_{\mathrm{ef}} I_{\mathrm{ef}}}{S} \frac{\Delta x}{\Delta T}, \tag{1.19}$$

kde Δx je vzájemná vzdálenost teplotních čidel a ΔT je rozdíl naměřených teplot.

1.4 Postup měření

1. Měření se provádí stejně pro oba vzorky (měď a slitina hliníku).

2. Změřte vzdálenost Δx mezi termočlánkovými sondami a průměr vzorků (tyček) pro určení průřezu S.

3. Zkontrolujte zapojení dle obrázku 1.2. Naplňte Dewarovu nádobu směsí ledu a vody. Do Dewarovy nádoby ponořte měřený vzorek (spodní teplotní čidlo musí být nad hladinou) a za stálého míchání kontrolujte teplotu směsi v nádobě, až se ustálí na hodnotě 0° C.

   Změřte počáteční rozdíl ΔT teplot mezi ohřívaným a ochlazovaným koncem měřeného vzorku.

4. Zapněte topné těleso (mikropáječku).

5. Odečítejte rozdíl teplot ΔT po jedné až dvou minutách, dokud nedojde k ustálenému stavu (teplotní rozdíl ΔT přestane narůstat).

6. Při měření pomocí ampérmetru a voltmetru sledujte příkon topného tělesa a zapisujte si jeho případné změny.

7. Během měření **neustále** míchejte směsí ledu a vody a v případě značného úbytku ledu led doplňte.

8. Naměřené hodnoty rozdílu ΔT vyneseme do grafu v závislosti na čase (oba průběhy do jednoho společného grafu).

9. Hodnoty součinitele tepelné vodivosti pro oba vzorky vypočtěte dosazením naměřených hodnot[8] do vzorce (1.19).

1.5 Digitální teploměrGreisinger GMH 3230

Jedná se o dvoukanálový teploměr s termočlánkovými sondami, jejichž konce jsou umístěny uvnitř měřených vzorků. Při připojování/odpojování sond k/od teploměru buďte opatrní, příslušné drátky jsou dosti tenké.

Teploměr se zapíná/vypíná stiskem tlačítka **ON/OFF**. Na dvouřádkovém displeji teploměru lze zobrazovat teploty T_1, T_2 a ΔT (teplotní rozdíl). Režim zobrazení se přepíná opakovaným stiskem tlačítka **Set/Menu**, mód zobrazení je (u horního i spodního řádku) indikován šipkami u symbolů **T1**, **T2** a **DIF**. Pozor na tlačítko **Tara**, jehož stisknutím nastavíte zobrazení rozdílu teplot na nulovou hodnotu (slouží ke sledování změn rozdílu teplot).

1.6 Použitá literatura

1. Yunus Cengel, Michael Boles: Thermodynamics: An Engineering Approach, McGraw-Hill Science/Engineering/Math, 2010.

2. Michal Bednařík, Petr Koníček, Ondřej Jiříček: Fyzika I a II – Fyzikální praktikum, [skriptum], Vydavatelství ČVUT, Praha, 2003.

29. září 2015, Milan Červenka, *milan.cervenka@fel.cvut.cz*

[8] Za teplotní rozdíl ΔT dosadíte hodnotu v ustáleném stavu.